

Универзитет у Београду, Физички факултет

Пријемни испит из математике, 28.06.2022.

(група Б)

Име и презиме: _____ Број пријаве: _____

Тест се састоји од 20 задатака. Заокружује се један од четири понуђена одговора. Сви задаци носе по 3 поена. Израда теста траје 180 минута.

1. Полупречник круга описаног око једнакостраничног троугла странице a је:

- а) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ б) $\frac{a}{2\sqrt{3}}$ **в) $\frac{a}{\sqrt{3}}$** г) $\frac{a}{2}$

2. Колико дијагонала има осмоугао?

- а) 40 б) 24 **в) 20** г) 8

3. Вектор \vec{c} је једнак векторском производу $(4\vec{a} + \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$. Производ дужина вектора \vec{a} и \vec{b} , који заклапају оштар угао, износи 2. Ако је њихов скаларни производ $\vec{a} \circ \vec{b}$ једнак 1, дужина вектора \vec{c} износи:

- а) $6\sqrt{3}$ **б) $2\sqrt{3}$** в) 2 г) 6

4. Дијагонале квадрата $ABCD$, чија је страница дужине a , се секу у тачки O . Скаларни производ вектора \overrightarrow{AO} и \overrightarrow{DO} , $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{DO}$, је једнак:

- а) $2a^2$ б) $\frac{a^2}{4}$ **в) 0** г) $\frac{a^2}{2}$

5. Вредност израза $\sqrt[3]{x} + \frac{x^2}{256} - \frac{512}{x}$, у скупу реалних бројева, за $x = -64$ је:

- а) 12 **б) 20** в) -12 г) -20

6. У скупу реалних бројева вредност израза $(\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}})^4 \cdot (-8)^{-\frac{1}{3}}$ је:

- а) -12 б) 2 в) 12 **г) -2**

7. Уколико за реалне бројеве a, b, c, d важи $\frac{e^a}{e^d} + e^c = b$ који од тих бројева не може да буде негативан:

- а) a **б) b** в) c г) d

8. Модуо комплексног броја $\frac{1-3i}{7+7i}$ је:

- а) $\frac{1}{7}$ **б) $\frac{\sqrt{5}}{7}$** в) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ г) $\frac{3}{7}$

9. Ако је $z = \frac{i+1}{i-1} + 4i$ израчунати вредност израза $\text{Im}(\bar{z} z) - 2\text{Re}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)$ где је са \bar{z} означен број комплексно коњугован броју z :

- а) $2i$ б) -3 **в) 2** г) -2

10. Ако је са \bar{z} означен број комплексно коњугован броју z , тада је скуп свих решења једначине $z - \bar{z} - z^2 = 1$ једнак:

а) $\{-1 - i\sqrt{2}, -1 + i\sqrt{2}\}$

б) $\{\sqrt{2}(1 + i), -\sqrt{2}(1 + i)\}$

в) $\{-2 + 2i, -2 - 2i\}$

г) $\{1 - i, 1 + i\}$

11. Решење неједначине $\frac{x^2+x-6}{x-1} \geq 0$ је:

а) $x \in (-3, -1) \cup [2, \infty)$

б) $x \in [-3, -1] \cup [2, \infty)$

в) $x \in (-3, 1] \cup (2, \infty)$

г) $x \in [-3, 1] \cup [2, \infty)$

12. Однос површина ваљка полупречника основе R и полулопте полупречника R износи $5/3$. Колика је висина ваљка ?

а) R

б) $3R/2$

в) $3R$

г) $R/2$

13. Производ решења једначине $3x(x - 1) - 17 = (x - 1)^2 - x$ је:

а) 6

б) -4

в) 8

г) -9

14. Израчунати $\frac{i^{2022} + i^{1969}}{i^{2012} - i^{1975}}$:

а) 1

б) -1

в) i

г) $-i$

15. Решење једначине $\ln(e^{2x} + 16) = x + \ln(2e^x + 6)$ је:

а) $\ln(2)$

б) 0

в) нема решења

г) $\ln(2)/2$

16. Сва решења једначине $2 \operatorname{tg} x \sin x + \sin^2 x = -\cos^2 x + \frac{1}{\cos x}$ која припадају интервалу $[0, 2\pi]$ су:

а) $0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$

б) $\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$

в) $0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi$

г) $0, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$

17. Око правоуглог троугла је описан круг површине $49 \pi \text{ cm}^2$. Један угао троугла је 30° . Колики је обим троугла?

а) $7(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$

б) $14(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$

в) 28 cm

г) 42 cm

18. Природни бројеви m и n нису дељиви са 6 , али њихов производ јесте. Колики је онда остатак при дељењу броја $m - n$ са 6 ?

а) 0

б) 5

в) 1

г) 1 или 5

19. Ако је $f\left(\frac{x+4}{x-3}\right) = 4x + 5$, колико је $f(2)$:

а) 35

б) 32

в) 45

г) 16

20. Странице књиге су нумерисане природним бројевима, почев од 1 . За нумерацију је укупно употребљено 1482 цифре. Колико страница има књига?

а) 394

б) 494

в) 530

г) 534